

Das Hexeneinmaleins

(oder: das magische Quadrat)

1-9 addiert = $45:3 = 15$ /Zeile,
also müssen Zahlen verschoben
werden – aber wie?

Viele kluge Hirne liefern uns plausible Lösungen:

	12	15	18	
	1	2	3	6
	4	5	6	15
	7	8	9	24

Du musst verstehn:
Aus 1 mach 10

10	2	3
4	5	6
7	8	9

Platz 1 wird zur 10, d.h. die 1 verschwindet. $1+0$ bleibt 1, aber

$10+2+3 = 15 =$ weitere Zahl des magischen Quadrates! Jedoch passt es immer noch nicht.

Die Zwei lass geh'n
Die Drei mach gleich,
so bist Du reich

10	--	2
3	4	5
6	7	8

Die 2 wandert ein Feld weiter, ebenso die anderen Zahlen

Verlier die Vier

10	--	2
3	--	5
6	7	8

Die 4 verschwindet

Aus Fünf und Sechs,
so sagt die Hex,
mach Sieben und Acht

10	--	2
3	--	7
8	--	--

Die 5 und 6 verschwinden,
dafür 7 und 8 an deren Platz

So ist's vollbracht.
Und Neun ist Eins.
Und Zehn ist Keins,

--	--	2
3	--	7
8	1	--

Die 10 entfällt und die
1 kommt auf Platz 9

Das ist das Hexeneinmaleins.

15	15	15	15	15
15	4	9	2	15
15	3	5	7	15
15	8	1	6	15
15	15	15	15	15

Mit dem reichen Wissen, dass immer die 15 die Summe jeder Zeile ist, können nun einfach die fehlenden Zahlen ergänzt werden

ACHTUNG:

Man spricht erst von einem magischen Quadrat, wenn auch die zweite Diagonale 15 ergibt.

Es gibt insgesamt über 800 magische Quadrate!

Quellenhinweis: Aus „Faust“ von [Johann Wolfgang von Goethe](#) (1749-1832) und Hajo Banzhaf: Die Symbolik und Bedeutung der Zahlen Faust: "Mich dünkt, die Alte spricht im Fieber." Mephisto: "Das ist noch lange nicht vorüber, ..."
Diese Auflösung des Hexeneinmaleins befindet sich ebenfalls im "Faust-Museum" in Knittlingen, Johann/Hans Fausts Geburtsort in Baden-Württemberg beim Kloster Maulbronn! Darstellung bearbeitet durch Sabine Hipp, Spirituelle Lebensberaterausbildung 2007 - Paracelsus-Schulen Lindau -

Das Hexeneinmaleins und der Kalender der Maya

Gemeinsame Basis: Das Neunersystem

von Walther Heinrich

ISBN 978-3-89094-461-6 (ISBN10 3-89094-461-2),

64 Seiten,

Softcover, Format DIN-A5

1. Auflage, 10,95 €



In Goethes Faust I schildert die Hexe das Hexeneinmaleins mit folgenden Worten: "Du musst versteh: Aus Eins mach Zehn, und Zwei lass gehn. Die Drei mach gleich, dann bist du reich. Verlier die Vier! Auf Fünf und Sechs, so sagt die Hex, mach Sieben und Acht, dann ist's vollbracht. Und Neun ist Eins, und Zehn ist keins. Das ist das Hexeneinmaleins."

Der Sinn dieser Darstellung wurde bisher noch nicht eindeutig geklärt. Zwar hat man versucht darin eine Erklärung in Goethes Auffassungen über das Leben zu finden, wobei man - ohne damit überzeugen zu können - annahm, Goethe habe den Schöpfungsprozess und den Kreislauf des Lebens in der Form eines "Existenzrätsels" schildern wollen. Auch die neueren Bemühungen das Hexeneinmaleins mit Hilfe der uralten Zahlenmythologie zu deuten, lassen für den Gesamtwortlaut keinen Sinn erkennen.

In letzter Zeit hat es Versuche gegeben, das Hexeneinmaleins als Basis eines neunzelligen magischen Quadrates auszulegen, das in senkrechter, waagerechter und diagonaler Lesung jeweils die Summe 15 ergibt. Dieses könnte aber dann von Interesse sein, wenn sich - so wie bei anderen Planetenquadraten - ein direkter Bezug auf die Umlaufzeit eines Planeten ergäbe, was aber nicht der Fall ist.

Inzwischen wird jedoch berücksichtigt, dass Goethe sich intensiv sowohl mit den Pythagoräern wie auch mit den Lehren des Paracelsus befasst hat. In diesem Zusammenhang wird angenommen, dass er die Grundaussage des Hexeneinmaleins aus den Erkenntnissen des Mathematikers John Dee übernommen hat, der von 1527 bis 1608 in England lebte und sich auch mit Astronomie und Astrologie befasst hat.

Das Hexeneinmaleins könnte als Schlüssel zu einem Kalendersystem gelten, der in Europa in Vergessenheit geraten ist, während er in Babylon und vor allem in Altamerika Verwendung gefunden hat. Die erwähnten Aussagen des Hexeneinmaleins lassen erkennen, dass und wo im Reich der Zahlen die Lösung des Rätsels zu suchen ist ... So zeigt uns der Autor auf, wie das als absurd angesehene Hexeneinmaleins als sinnvolle Anweisung zum Wandel vom Zehner-Zahlensystem zum Neunersystem zu verstehen ist und kommt darüber hinaus noch zu viel weitergehenden Schlüssen.

Inhaltsverzeichnis - Anmerkung des Verlages - Einleitung - Der Inhalt in Kürze

1.0 Das Hexeneinmaleins - 1.1 Möglichkeiten zur Auslegung des Hexeneinmaleins

1.2 Die kalendarische Bedeutung des Hexeneinmaleins

1.2.1 Die Bedeutung der Primzahl 641 - 1.2.2 Die Auswirkung des Neunersystems

1.2.3 Das Mondjahr - 1.2.4 Das Schaltsystem - 1.2.5 Die Bedeutung der Zahl 360

2.0 Das Kalenderwesen der Maya - 2.1 Die Langzeitrechnung der Maya -

2.1.1 Die Bedeutung der von den Maya beachteten Perioden - 2.1.2 Die Sonderstellung der Fünften Epoche

2.1.3 Die Stufenpyramiden der Fünften Sonne

3.0 Der Kalender in Babylon - 3.1 Die Oktaëteris - 4.0 Die Berechnung der Jahrelängen auf Primzahlbasis

5.0 Anlagen:

Anlage I: Die Zahlenreihen im Hexeneinmaleins - Anlage II: Die Zahlenreihen im Maya-Kalender

Anlage III: Primzahlenliste 1 bis 4100 - (565 Primzahlen)

ISBN 978-3-89094-461-6, 64 Seiten, Softcover, Format DIN-A5

Preis: 10,95 € - Alle Preise incl. MwSt. - und eventuell zzgl. Liefer- und Versandkosten

Erhältlich direkt beim Bohmeier Verlag - oder im gut sortierten Buchhandel. Bohmeier Verlag Inh.: Johanna Bohmeier Konstantinstr. 6 D-04315 Leipzig (Germany) USt-Id.-Nr.: DE 116 652 725 <http://www.magick-pur.de> info@magick-pur.de Tel: +49 (0) 341-6812811 Fax: +49(0) 341-6811837 Wir sind dort in der Regel von Montag bis Freitag in der Zeit von 12:00 bis 18:00 für Sie telefonisch über die Telefonnummer erreichbar. Unser Fax erreichen sie 24 Stunden. Copyright 2005 by Bohmeier Verlag

Weitere Deutungen von magischen Quadraten

Quellenhinweis: sites.inka.de/sites/andy/mathematik2.htm

Inhalt:

1. [Die einfachsten Formen magischer Quadrate](#)
2. [Methode der 1-er und n-er zur Erzeugung magischer Quadrate](#)
3. [Weitere vereinfachte Methoden \(basierend auf 2.\)](#)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

1. Die einfachsten Formen magischer Quadrate

Magische Quadrate sind Quadrate mit n^2 Zellen, die mit den Zahlen 1 bis n^2 so aufgefüllt sind, dass die Summe der Zahlen ihrer Spalten, Reihen und Diagonalen identisch sind. Ein solches magisches Quadrat befand sich schon 1514 auf einem Kupferstich Albrecht Dürers (s. weiter unten). Die Summen sind hier jeweils 34.

Dieses magische Quadrat mit $n=4$ stellt aber nicht das einfachste der magischen Quadrate dar. Jenes besteht nämlich nur aus 9 Zellen, also $n=3$. Weiter hinten sind auch noch grössere magische Quadrate dargestellt.

n=3

Wenn man bedenkt, dass die Summe aller Zahlen von 1 bis 9 gleich 45 ist, und das Quadrat aus 3 Reihen bzw. Spalten besteht, so muss die Summe der Zahlen in einer solchen Reihe, Spalte oder Diagonalen gleich $(45/3)=15$ sein. Im folgenden bezeichnen wir diese Summe, die abhängig von der Stufe n des Quadrates ist, als "magische Konstante". Man kommt nun einfach auf das gesuchte magische Quadrat $n=3$. Es gibt viele Anordnungsmöglichkeiten, mit 3 verschiedenen Zahlen auf die Summe 15 zu kommen; es sind 8 Tripel:

(1, 5, 9), (1, 6, 8), (2, 4, 9), (2, 5, 8), (2, 6, 7), (3, 4, 8), (3, 5, 7), (4, 5, 6).

Man sieht, dass die 5 am häufigsten vorkommt, nämlich 4-mal; sie muss also in der Mitte des magischen Quadrates stehen, so dass sie in den beiden Diagonalen vorkommt und sowohl in der Mittelspalte als auch in der Mittelreihe. Die Zahlen 2, 4, 6, 8 kommen dagegen 3-mal vor, weshalb sie auf den Ecken stehen müssen; die restlichen Zahlen 1, 3, 7, 9 kommen dagegen nur 2-mal vor; sie stehen also nur in einer Spalte und in einer Reihe. Die 5 steht also in der Mitte; nun gibt es 4 Möglichkeiten, die Zahl 2 in irgendeine der Ecken zu schreiben, wodurch sich automatisch die Position der 8 ergibt; danach gibt es jeweils noch 2 Möglichkeiten für die Positionen der 4 bzw. 6, so dass 8 verschiedene magische Quadrate möglich sind.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Da aber aus einem dieser 8 die anderen 7 durch Drehungen und Spiegelungen hervorgehen, sehen wir sie als eine Lösung an und sagen: diese 8 Quadrate sind nicht "wesentlich verschieden".

n=4

Für 16-zellige Quadrate gibt es weitaus mehr Möglichkeiten. Ein französischer Mathematiker namens Frénicle de Bessy hat eine Riesentabelle mit angeblich 880 solcher magischen Quadrate $n=4$ herausgegeben. Das eigentliche Ziel ist es, eine möglichst einfache Methode zu finden, mit der man alle möglichen magischen Quadrate einer Ordnung finden kann. Es wurde bis jetzt aber noch keine solche Methode gefunden und es steht auch keine solche in Aussicht. Also begnügt man sich mit Spezialmethoden, die für beliebige n magische Quadrate liefern. Diese werden in den folgenden Kapiteln vorgestellt.

Eine Beispiel-Methode zur Erzeugung magischer Quadrate

n ist durch 4 teilbar

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Man schreibt zuerst alle Zahlen der Reihenfolge nach in das Quadrat

Dann schneidet man die mittleren Zahlen der Spalten aus den ersten und letzten Zeilen sowie die äussersten Zahlen aus den mittleren Zeilen heraus, so dass folgendes Muster entsteht:

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

Diese Zahlen werden jetzt wieder eingefügt, nur anders herum (sozusagen auf kopfstehend), und fertig ist unser magisches Quadrat und ergibt wieder 34 als Quer- und Diagonalsumme.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Aufgabe	Eine Interpretation des Hexeneinmaleins
Das Hexeneinmaleins Du musst verstehn!	Es geht los, also pass' gefälligst auf
Aus Eins mach Zehn,	Im ersten steht die Zehn.
Und Zwei lass gehen,	Im zweiten die Zwei.
Und Drei mach gleich, So bist Du reich.	Im dritten Kästchen die Drei. Reich an Wissen, weil wir jetzt wissen, dass jede Zeile in der Summe 15 ergibt.
Verlier die Vier!	Im vierten die Null
Aus Fuenf und Sechs, So sagt die Hex, Mach Sieben und Acht,	Im fünften und sechsten Kästchen . Blabla steht die Sieben und Acht.
So ist's vollbracht: Und Neun ist Eins, Und Zehn ist keins,	Jetzt können wir die Einträge der letzten Zeile berechnen und erhalten Fünf, Sechs und Vier. Neun Kästchen ergeben ein Hexeneinmaleins Magische Quadrate mit zehn Feldern gibt es nicht, also ist die 1 wieder im ersten Feld (1+0 = 1)
Das ist das Hexen-Einmaleins. (Johann Wolfgang von Goethe)	Das war's.

(eine) Lösung Hexeneinmaleins - (dies ist jedoch KEIN magisches Quadrat!)

			15
10	2	3	15
0	7	8	15
5	6	4	15
15	15	15	

Im Gegensatz zu diesem Quadrat:

			15
4	9	2	15
3	5	7	15
8	1	6	15
15	15	15	15

Wie bereits erwähnt, gibt es ca. 880 verschiedene Magische Quadrate von 4 x 4 Feldern. Die Flut verschiedenster Magischer Quadrate liess allerdings bereits in der 2. Hälfte des 17. Jahrhunderts das allgemeine Interesse an dieser Erscheinung erlahmen.

Erläuterungen zu Magischen Quadraten

Anfänge

6 7 2
1 5 9
8 3 4

Eine Darstellung der Zahlen von 1 - 9 in dieser Anordnung soll ein chinesischer Kaiser bereits ca. 200 Jahre v. Chr. auf einem Glücksamulett getragen haben. Im Lo Shu wird berichtet, dass das Muster des Panzers einer Schildkröte diesen Kaiser zum Studium der Zahlenmystik veranlasste und er danach ganze Landschaften nach diesem System berechnete und zur Blüte brachte.

Dass diese Quadrate etwas Besonderes sind, kann man sich leicht klarmachen. Es gibt nämlich 362880 Möglichkeiten, die Zahlen von 1 bis 9 zu einem Quadrat von 3 x 3 Feldern zu ordnen. Aber nur 8 dieser Möglichkeiten bilden Magische Quadrate. Drei von ihnen sind auf den ausgelegten Platten in der Ausstellung in der Bibliothek und in der folgenden Abbildung zu finden.

2 9 4 4 3 8 2 7 6
7 5 3 9 5 1 9 5 1
6 1 8 2 7 6 4 3 8

Nach kurzem Hinsehen wird man Ähnlichkeiten entdecken: die 5 steht jedes Mal in der Mitte - durch eine Rechnung läßt sich beweisen, daß dies immer so sein muß. Man entdeckt bald weitere Beziehungen zwischen den Quadraten. Es zeigt sich bei eingehenderer Betrachtung, daß man aus einem beliebigen der acht Magischen 3x3-Quadrate die anderen sieben durch Drehungen und Spiegelungen erzeugen kann.

Wenn jemand aus den Ziffern 1 bis 9 ein Magisches Quadrat bauen könnte, bei dem die 2 nicht in einer Ecke steht und manchmal die 8 genau in der gegenüberliegenden, diagonalen Ecke, so würde er unter den Mathematikern dieser Welt eine Panik auslösen!

Nördlich der Alpen beschäftigte man sich seit dem frühen Mittelalter intensiver mit Magischen Quadraten, besonders in der Literatur des Okkultismus. Hier waren die Quadrate aus 3 x 3 Feldern mit dem Planeten Jupiter verknüpft; man sprach ihnen besondere Kraft zu.

In Adam Rieses Rechenbuch von 1574 findet man das abgebildete "Rezept". Es lautet etwas vereinfacht in unserer Sprache: "Sprich 15 geteilt durch 3 ist 5; das setze in die Mitte. Danach setze die 2 in eine beliebige Ecke, zwangsläufig die 8 gegenüber, dann setze die restlichen Zahlen beliebig und Du hast allenthalben 15."

"Magisches Quadrat" hieß später auch jede Anordnung von 9 *beliebigen* Zahlen, wenn sie die Summenbedingungen erfüllte, also bei senkrechter, waagerechter und diagonaler Addition das Ergebnis stets die gleiche und somit "magische" Zahl war. Es wurden oftmals Jahreszahlen oder das Alter eines Menschen als Grundlage genommen (z.B. die Zahl 63).

Auch Adam Riese beschäftigte sich intensiv mit der Zahlenmystik und erweiterte sein "Rezept" auf beliebige Zahlen: Er fordert auf, den dritten Teil der magischen Zahl in die Mitte zu setzen und erfüllt damit eine Bedingung, die man durch eine kleine Rechnung als notwendig nachweisen kann. Adam Riese hat diese Einsicht wahrscheinlich durch Erfahrung gewonnen.

Magische Quadrate bei Arnold Möller

Den Magischen Quadraten wurde auch im 17. Jahrhundert noch eine tiefe Bedeutung beigemessen. Arnold Möller hat alle ihm wichtig erscheinenden Lebensdaten auf mehrfache Weise durch solche Quadrate verschlüsselt. Möglicherweise sind auch die dabei verwendeten Zahlen für ihn von besonderem Gewicht gewesen.



Als Beispiel ist hier die Kopie eines Bildes zu sehen, das in dem Lübecker Exemplar der posthumen Ausgabe des *Gülden Lehrschatzes* von 1716 zu finden ist. Das Bild zeigt Arnold Möller beim Schreiben. Die linke Seite des aufgestellten Buches enthält ein Magisches Quadrat, das die Zahl 1581, das Geburtsjahr von Möller, repräsentiert. Auf der rechten Buchseite ist ein Magisches Quadrat "aufs Rad geflochten"; die Zahlen sind auf ein Mühlrad geschrieben, das Wappenzeichen von Möller.

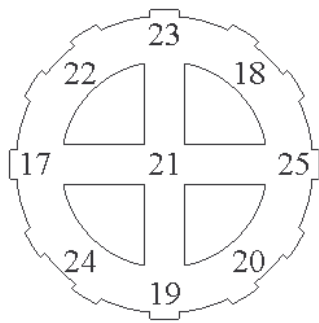
Dieses Quadrat ist in der folgenden Abbildung auch in der gewohnten Form wiedergegeben. Die magische Zahl ist 63. Dies ist nach der Bildunterschrift das Alter Möllers zur Zeit der Entstehung dieses Bildes.

Also wird 63 durch 3 geteilt. Als Ausgangspunkt erhalten wir die 21 (Mitte). In diesem Fall ist es einfach, die restlichen Zahlen einzufüllen, indem man $63:9$ (Felder) teilt und in der Diagonale 7 dazu zählt oder subtrahiert. Dann schreibt man in eine bliebe restl. Ecke die 20 (da sich ja alles um 21 herum bewegt) und füllt den Rest rechnerisch ein.

			63
		28	
	21		
14			

			63
20	15	28	63
29	21	13	63
	27	22	63
14			
63	63	63	63

Das magische Quadrat kann aber ebenso gut wie folgt aussehen:

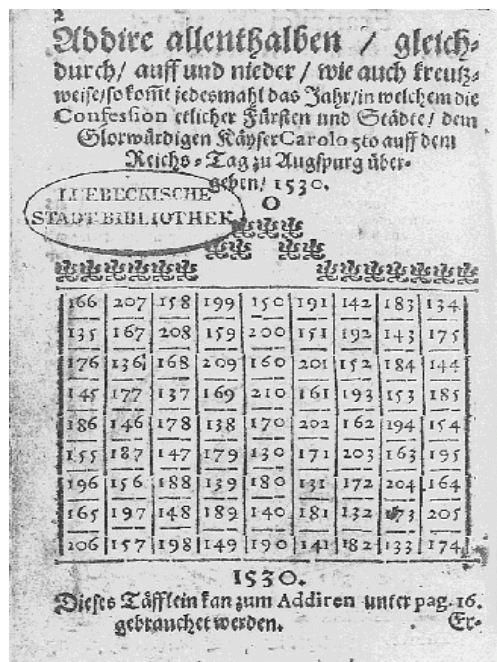


22	23	18
17	21	25
24	19	20

Meist stellt Möller diese Quadrate nicht isoliert dar; sie werden vielmehr durch kunstreiche Linienzüge in ein Bild eingebunden oder mit einem Text verwoben. Auch hier kommt seine Grundeinstellung zum Ausdruck, daß alle Dinge dieser Welt bis hin zu unscheinbarsten Kleinigkeiten in den ordnenden Willen Gottes eingebunden sind.

Diese Quadrate sind eine Art Zunftzeichen der Rechenmeister. Sie dienen gleichsam als Nachweis der Meisterschaft. Arnold Möller hat nur 3x3-Quadrate verwendet. Die einzige Ausnahme bildet das 4x4-Quadrat in dem obigen Bild ganz rechts oben in der Ecke.

Da bei den 3x3-Quadraten im mittleren Feld immer ein Drittel der Magischen Zahl stehen muß, so ergaben sich notwendige Brüche, sobald Zahlen dargestellt werden sollten, die nicht durch 3 teilbar sind. Heute empfinden wir das Auftreten von Brüchen in diesem Zusammenhang als Schönheitsfehler. Zu der damaligen Zeit war der Umgang mit Brüchen etwas Besonderes. So wird man diese Quadrate mit Respekt betrachtet haben.

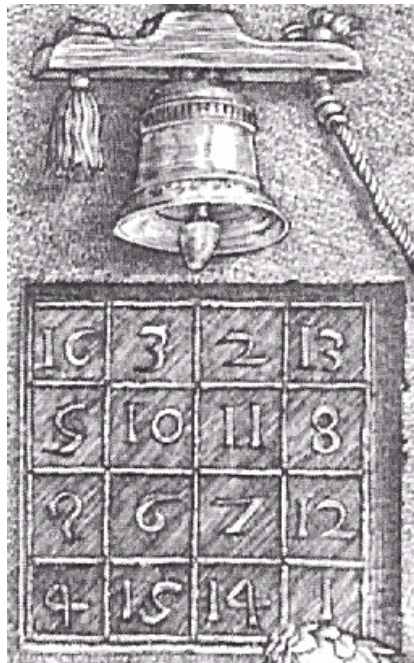


Um die Mitte des 17. Jahrhunderts beschäftigten sich viele Mathematiker mit der Aufstellung größerer Magischer Quadrate und deren Theorie. In der Ausgabe von 1697 des Rechenbuches von Franciscus Brassier ist ein Quadrat von 9 x 9 Feldern auf die Zahl 1530 abgedruckt. In einer Handschrift aus dem Jahr 1734 gibt der Lübecker Schreib- und Rechenmeister Peter Heinrich Schütt umfangreiche Anweisungen zur Konstruktion größerer Magischer Quadrate wieder.

Man weiß heute, dass es ca. 880 verschiedene Magische Quadrate von 4 x 4 Feldern gibt. Schon zu Möllers Zeit wurden immer mehr bekannt. Die Flut verschiedenster Magischer Quadrate ließ bereits in der 2. Hälfte des 17. Jahrhunderts das allgemeine Interesse an dieser Erscheinung erlahmen. So steht Möller am Ende einer Phase der Beschäftigung mit elementaren Magischen Quadraten.

Ein besonderes Magisches Quadrat von Albrecht Dürer

Albrecht Dürer hat in seinem Kupferstich "Melencolia" (1514) ein Magisches Quadrat wiedergegeben, das aus 16 Zahlen besteht. Es zeichnet sich durch besonderen Beziehungsreichtum aus und hat seit vielen Jahrhunderten viele Menschen beschäftigt.

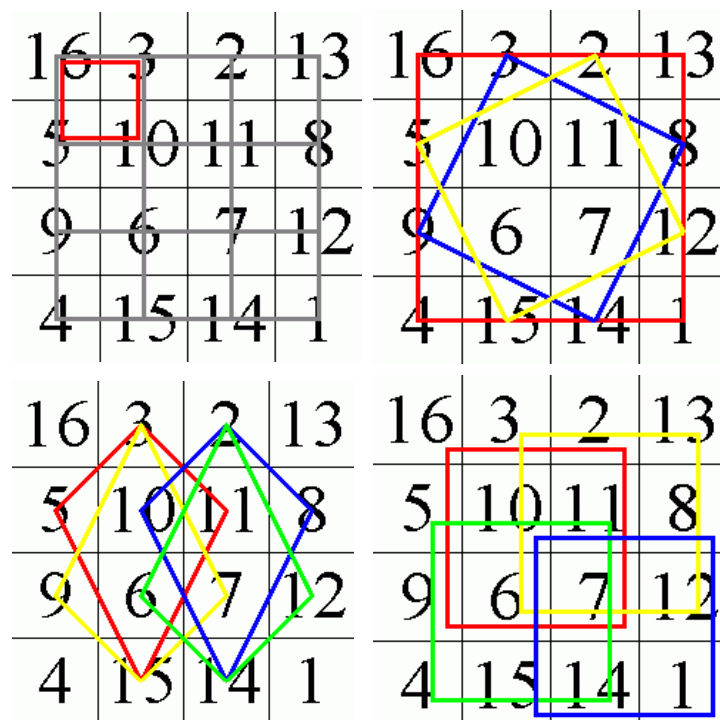


16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Hier sollen zwei Hinweise genügen:

In der Mitte der unteren Zeile steht 1514, das Entstehungsjahr des Bildes und das Todesjahr der Mutter von Albrecht Dürer.

Die Magische Zahl ist 34; sie ergibt sich aber nicht nur als Summe der Zahlen in allen Zeilen, Spalten und Diagonalen. Vielmehr stößt man bei der Suche nach weiteren Gruppen von vier Zahlen mit der Summe 34 auf überraschende Zusammenhänge, von denen ein kleiner Teil auf der folgenden Skizze dargestellt ist. Bei dem Quadrat links oben bedeutet die Markierung: $16 + 3 + 5 + 10 = 34$. Diese Figur zeigt also, daß sich die Magische Zahl auf 9 Weisen durch Blöcke benachbarter Zahlen darstellen läßt, entsprechend bei den anderen drei Quadraten.





Der Architekt der Kathedrale Sagrada Familia in Barcelona Antonio Gaudi (1852 – 1926) hat ein abgewandeltes Magisches Quadrat entworfen, um die Lebenszeit von Jesus (33 Jahre) als Magische Zahl darzustellen. Er vermeidet Bruchzahlen dadurch, daß er die Zahlen 12 und 16 streicht und dafür die Zahlen 10 und 14 zweimal verwendet.